

Nastavna jedinica: KRETANJE PO KRUŽNOJ PUTANJI**ANALIZA PRIMERA**

ZADATAK 1: Tačka se kreće jednoliko po krugu poluprečnika 200mm, sa $n=900/\text{min}$. Odrediti kinematičke veličine kretanja i broj punih obrtaja koje tačka napravi za 3 sekunde kretanja.

Rešenje:

Kinematičke veličine su ugaona brzina, ugaono ubrzanje, obimna (periferna) brzina i ubrzanje.

Ugaona brzina $\omega = \pi \cdot n / 30 = \pi \cdot 90 / 30 = 3\pi \text{ (rad/s)}$ - ova ugaona brzina je konstantna tokom čitavog kretanja

Ugaono ubrzanje: Pošto se radi o jednolikom kretanju, ugaono ubrzanje ne postoji.

Obimna brzina: $v = R \cdot \omega = 0,2 \cdot 3\pi = 1,88 \text{ (m/s)}$

Ubrzanje: $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

Tangencijalno: $a_T = R \cdot \alpha = 0$

Normalno ubrzanje: $a_N = R \cdot \omega^2 = 0,2 \cdot (3\pi)^2 = 17,76 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$

Znači ukupno ubrzanje je jednako normalnom i iznosi $a = 17,76 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Da bismo izračunali broj punih obrtaja koje tačka napravi za 3 sekunde, moramo pronaći pređeni centralni ugao φ

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \rightarrow \varphi = \omega \cdot t = 3\pi \cdot 3 = 9\pi \text{ (rad)}$$

Broj punih krugova je $N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{9\pi}{2\pi} = 4,5$

Znači tačka napravi 4 puna kruga za 3 sekunde.

Napomena: Veza između N i n može se sračunati i kao $N = n \cdot t / 60$

ZADATAK 2. U prve dve sekunde kretanja broj obrtaja tačke koja se kreće po krugu poluprečnika 10 cm, promeni se od 120o/min na 180 o/min. Odrediti kinematičke veličine kretanja u trenutku $t=5$ sec.

Rešenje:

Na osnovu podataka, jasno je da se radi o jednako promenljivom ubrzanom kretanju.

Ugaone brzine

$$\omega_1 = \pi \cdot n_1 / 30 = \pi \cdot 120 / 30 = 4\pi \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_2 = \pi \cdot n_2 / 30 = \pi \cdot 180 / 30 = 6\pi \text{ (rad/s)}$$

Ugaono ubrzanje: $\alpha = (\omega_2 - \omega_1) / t = \pi \text{ (rad/s}^2\text{)}$ i ono je konstantno tokom čitavog kretanja. Pomoću njega ćemo naći ugaonu brzinu u petoj sekundi:

$$\omega_5 = \omega_0 + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t = 5\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

Obimna brzina u petoj sekundi: $v_5 = R \cdot \omega_5 = 0,1 \cdot 5\pi = 1,57 \text{ (m/s)}$

Ubrzanje: $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

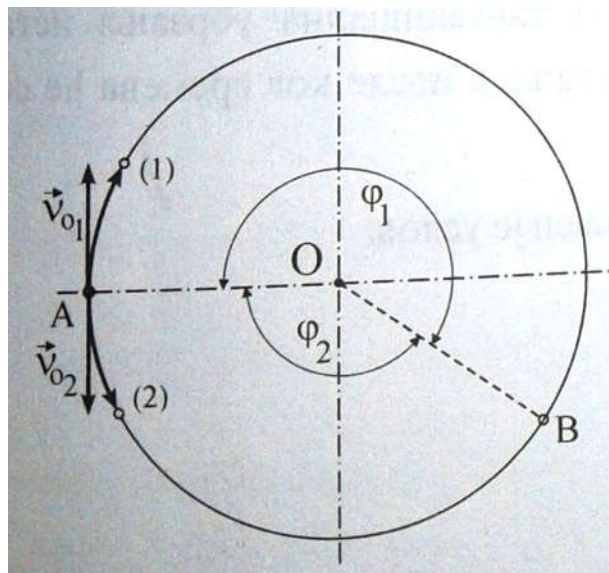
Tangencijalno: $a_T = R \cdot \alpha = 0,1 \cdot \pi = 0,314 \text{ (m/s}^2\text{)}$

Normalno ubrzanje: $a_N = R \cdot \omega_5^2 = 0,1 \cdot (5\pi)^2 = 24,67 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$

Znači ukupno ubrzanje iznosi $a = 24,67 \text{ (m/s}^2\text{)}$

ZADATAK 3. Dve tačke krenu istovremeno iz istog položaja po obimu kruga, istim početnim perifernim brzinama, ali u suprotnim smerovima. Tačka 1 kreće se jednakoubrzano, a tačka jednakosporeno, pri čemu je tangencijalno ubrzanje dva puta manje od tangencijalnog usporenja. Odrediti položaj na kružnici gde će se tačke sresti, ako je poznato

$$R = 9\text{cm}, v_0 = 5\pi \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right) \text{ i } \alpha_1 = \pi/9 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)$$



REŠENJE:

U trenutku susreta mora biti ispunjeno $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$

Vremena su ista jer su krenuli u istom trenutku, a kretanje traje do susreta!

Pri tome je:

$$\varphi_1 = \omega_1 \cdot t + (\alpha_1 \cdot t^2)/2 \text{ - ubrzano}$$

$$\varphi_2 = \omega_2 \cdot t - (\alpha_2 \cdot t^2)/2 \text{ - usporeno}$$

Uslov zadatka je: $2a_{T1} = a_{T2}$

odakle sledi $2\alpha_1 \cdot R = \alpha_2 \cdot R$

$$\begin{aligned} 2\alpha_1 &= \alpha_2 \\ 2\pi/9 &= \alpha_2 \end{aligned}$$

Pošto je $v_{01} = v_{02} = 5\pi$, sledi

$$\omega_1 = \omega_2 = v_0/R = 5\pi/9 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$\varphi_1 = \omega_1 \cdot t + (\alpha_1 \cdot t^2)/2 = 5\pi/9 \cdot t + \left(\frac{\pi}{9} \cdot t^2\right)/2 = 5\pi/9 \cdot t + (\pi \cdot t^2)/18$$

$$\varphi_2 = \omega_2 \cdot t + (\alpha_2 \cdot t^2)/2 = 5\pi/9 \cdot t - \left(\frac{2\pi}{9} \cdot t^2\right)/2 = 5\pi/9 \cdot t - (\pi \cdot t^2)/9$$

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$$

$$10\pi/9 \cdot t - (\pi \cdot t^2)/18 = 2\pi$$

Sređivanjem ovog izraza dobija se kvadratna j-na $t^2 - 20t + 36 = 0$

Odakle se dobija rešenje **t=2 sekunde, za prvi susret tačaka** (one će se susresti drugi put posle ukupno 18 sekundi- to je drugo rešenje j-ne, odnosno 16 sekundi posle prvog puta)

Kada ubacimo t=2 u j-ne za pređeni centralni ugao, dobija se mesto susreta:

$$\varphi_1 = 5\pi/9 \cdot t + (\pi \cdot t^2)/18 = 5\pi/9 \cdot 2 + (\pi \cdot 2^2)/18 = \frac{4\pi}{3} \text{ (rad)}$$

$$\varphi_2 = 5\pi/9 \cdot t - (\pi \cdot t^2)/9 = 5\pi/9 \cdot 2 - (\pi \cdot 2^2)/9 = \frac{2\pi}{3} \text{ (rad)}$$

$$\varphi_1 = \frac{4\pi}{3} \text{ rad ili } 240^\circ$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{3} \text{ rad ili } 120^\circ$$

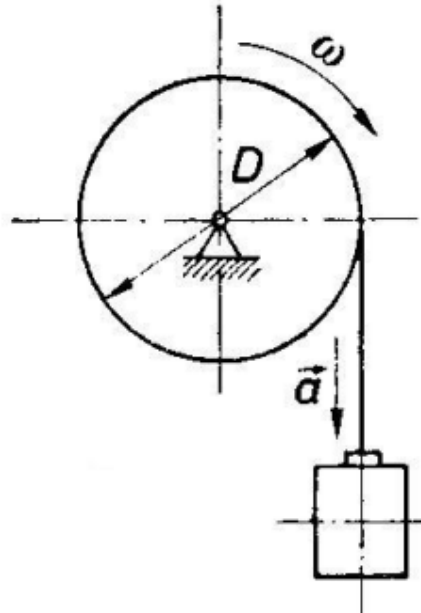
KOMBINACIJA KRETANJA PO PRAVOLINIJSKOJ I KRUŽNOJ PUTANJI

ZADATAK.

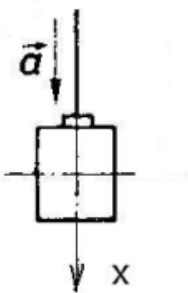
Bubanj prečnika $D=400$ mm uvodi se u rotaciju pomoću tereta okačenog na užetu prebačenom oko bubnja. Teret se počinje kretati bez početne brzine, s ubrzanjem $a = 2 \text{ m/s}^2$.

Za 3 i 5 sekundu kretanja, treba odrediti:

- Ugaonu brzinu i ugaono ubrzanje bubnja ($\omega = ?$, $\alpha = ?$)
- Ukupno ubrzanje tačke na obodu bubnja.



REŠENJE:



- Spuštanje tereta je jednako ubrzano kretanje bez početne brzine, sa $a = 2 \text{ m/s}^2$

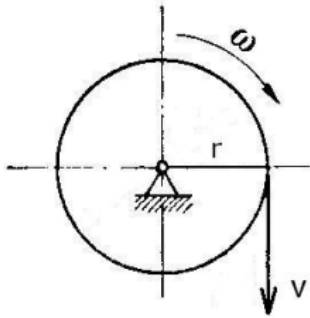
Brzina kretanja se sračunava kao:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v = 2 \cdot t \text{ (m/s)}$$

Sračunavamo je za treću sekundu ($t=3 \text{ sec}$):

$$v = 6 \text{ (m/s)}$$



Bubanj se kreće kružno jednako ubrzano, bez početne brzine. Sračunatu brzinu, u prethodnom koraku, iskoristićemo pri sračunavanju kinematskih veličina za kretanje bubnja.

To će biti sada periferna ili obimna brzina:

$$v = r \cdot \omega,$$

odnosno $\omega = v/r$,

gde je $r = D/2 = 400/2 = 200 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$

sada je:

$$\omega = 6/0,2 = 30 \text{ (rad/s)}$$

(ova brzina se menja u svakoj novoj sekundi kretanja)

Za razliku od ugaone brzine, ugaono ubrzanje je konstantno za čitavo vreme kretanja (biće istoil za 3-ću, 5-tu i svaku drugu sekundu kretanja). Sračunaćemo ga kao:

$$\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t \rightarrow \alpha = \omega/t = 30/3 = 10 \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

b) Ubrzanje $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} = 0,2\sqrt{10^2 + 30^4} = 900,055 \text{ (}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{)}$

Na isti način uraditi i za petu sekundu!